

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»**

Физико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
И. о. проректора по УР
М. Х. Чанкаев
«30» апреля 2025г., протокол № 8

Рабочая программа дисциплины

Практикум по решению математических задач повышенной сложности

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки:

44.04.01 Педагогическое образование

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) программы:

Математическое образование

Квалификация выпускника

магистр

Форма обучения

Заочная, очно – заочная

Год начала подготовки - 2025

(по учебному плану)

Карачаевск, 2025

Составитель: *ст. преподаватель кафедры алгебры и геометрии Башкаева О.П.*

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) программы: «Математическое образование», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018, № 126, учебным планом, основной профессиональной образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) программы: «Математическое образование», локальными актами КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры алгебры и геометрии на 2025-2026 учебный год, протокол № 8 от 10 апреля 2025г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины (модуля)	Ошибка! Закладка не определена.
2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	5
3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы	6
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся	6
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	7
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий	7
6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы	10
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)	12
7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций	12
7.2. Перевод бально-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания	13
7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины	14
7.3.1. Примерные вопросы к итоговой аттестации (зачет)	14
7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций	14
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины. Информационное обеспечение образовательного процесса	17
8.1. Основная литература:	17
8.2. Дополнительная литература	17
9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)	17
9.1. Общесистемные требования	17
9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины	18
9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения	18
9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы	19

10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья	19
11. Лист регистрации изменений	20

Наименование дисциплины (модуля)

Практикум по решению математических задач повышенной сложности.

Целями освоения дисциплины «Практикум по решению математических задач повышенной сложности» являются:

- сформировать профессиональные компетенции у магистрантов на основе обучения их основным методам решения математических задач повышенной сложности;
- создать магистрантам условия для развития самопознания, самоопределения, самовыражения, самоутверждения, самооценки, самореализации;
- сформировать у магистрантов в процессе обучения дисциплине такие качества личности, как мобильность, умение работать в коллективе, принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях, ответственность, толерантность.

Для достижения цели ставятся задачи:

- систематизировать знания, необходимые для решения математических задач повышенной сложности.
- выделить основные методы решения математических задач повышенной сложности.;
- развить у магистрантов умения осуществлять анализ собственной будущей профессиональной деятельности, осмысливать способы достижения результатов своей деятельности, анализировать затруднения, возникающие в процессе учебно-познавательной деятельности;
- сформировать у магистрантов способности к самостоятельному определению своей готовности к восприятию новой структурной единицы учебного процесса, отслеживанию роста профессионально личностных качеств на протяжении всего курса.

Цели и задачи дисциплины определены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.04.01. Педагогическое образование, направленность (профиль) – "Математическое образование "; (квалификация – «магистр»).

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Практикум по решению математических задач повышенной сложности» направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/, ПОП/ ООП	Индикаторы достижения компетенций	Декомпозиция компетенций (результаты обучения) в соответствии с установленными индикаторами
-----------------	---	-----------------------------------	---

ПК-1	Способен реализовывать программы обучения математике (базового и углубленного уровней) на ступени среднего общего образования и программ дополнительного математического образования	<p>ПК-1.1. Знает основные модели построения процесса обучения математике для ступени среднего общего образования и дополнительного общего образования.</p> <p>ПК-1.2. Умеет отбирать соответствующее содержание, методы и приемы для реализации программ обучения математике (базового и углубленного уровней) на ступени среднего общего образования и программ дополнительного математического образования, а также для диагностики и оценки результатов освоения обучающимися основных и дополнительных образовательных программ по математике.</p> <p>ПК-1.3. Владеет адекватными конкретной ситуации действиями по реализации программ обучения математике (базового и углубленного уровней) на ступени среднего общего образования и программ дополнительного математического образования, а также по диагностике и оценке результатов освоения обучающимися основных и дополнительных образовательных программ по математике.</p>
-------------	--	--

3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Данная дисциплина (модуль) относится к Блоку 1 и реализуется в рамках обязательной части Б1.

Дисциплина (модуль) изучается на 2 курсе в 3 семестре.

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО	
Индекс	Б1.В.ДВ.03.01
Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Учебная дисциплина является вариативной, знакомит магистрантов с самыми общими представлениями о профессии и опирается на входные знания, полученные на бакалавриате.	
Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимы как предшествующие:	
Изучение дисциплины необходимо для успешного освоения дисциплин и практик, формирующих компетенции ПК-1.	

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 7 ЗЕТ, 252 академических часа.

Объем дисциплины	Всего часов	
	для очно-заочной формы обучения	для заочной формы обучения
Общая трудоемкость дисциплины	252	252
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* (всего)	36	12

Аудиторная работа (всего):	36	12
в том числе:		
Лекции		
семинары, практические занятия	36	12
Практикумы		
лабораторные работы		
Внеаудиторная работа:	2	4
В том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем:		
Контроль	2	4
Курсовая работа		
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)		-
творческая работа (эссе)		
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	216	236
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)	Зачет (4 сем)	Зачет (3 сем)

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

**5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий
(в академических часах)**

Для заочной формы обучения

№ п/п	Курс / се- мест р	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоем- кость (в часах)	Виды учебных занятий, вклю- чая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
				Аудиторные уч. занятия			Сам. Работа
				Лек	Пр.	Лаб	
		Раздел 1. Уравнения и системы уравнений. Неравенства и системы неравенств.	84		4		80
1	2/3	Применение нестандартных методов решения уравнений и их систем. Алгебраические уравнения.			2		20
2	2/3	Уравнения с модулем. Иррациональные уравнения.			2		10
3	2/3	Методы решения систем двух уравнений с двумя переменными.					10
4	2/3	Системы алгебраических и иррациональных уравнений.					10

5	2/3	Рациональные неравенства. Неравенства с модулем. Иррациональные неравенства.					15
6	2/3	Системы неравенств. Применение нестандартных методов решения неравенств и систем.					15
		Раздел 2. Тригонометрические уравнения, тождества, неравенства и их системы. Логарифмические и показательные уравнения, неравенства, системы	80		4		76
1	2/3	Преобразования числовых тригонометрических выражений.	14		2		12
2	2/3	Тождественные преобразования выражений, содержащих обратные тригонометрические функции.	10		2		8
3	2/3	Решение уравнений различными методами: универсальная подстановка, с помощью вспомогательного аргумента, с применением формул тройного аргумента.	8				8
4	2/3	Решение тригонометрических неравенств. Доказательство тригонометрических неравенств.	8				8
5	2/3	Системы тригонометрических уравнений и неравенств.	8				8
6	2/3	Метод введения новых неизвестных. Метод возведения обоих уравнений системы в квадрат.	8				8
7	2/3	Тригонометрические системы с отбором корней.	8				8
8	2/3	Функциональные методы решения тригонометрических систем.	8				8
9	2/3	Логарифмические уравнения, неравенства и их системы. Показательные уравнения, неравенства, их системы.	8				8
		Раздел 3. Геометрические задачи	84		4		80
1	2/3	Планиметрия. Описанные и вписанные треугольники, четырехугольники.	22		2		20
2	2/3	Комбинации фигур.	20				20
3	2/3	Методы решения задач стереометрии. Метод вспомогательных элементов и фигур.	20				20
4	2/3	Применение тригонометрии. Векторный метод и метод координат.	22		2		20
		ИТОГО	252 (в т.ч. 4 ч контроль)		12		236

Для очно- заочной формы обучения

№ п/п	Курс / се- мест р	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоём- кость (в часах)	Виды учебных занятий, вклю- чая самостоятельную работу обучающихся и трудоёмкость (в часах)			
				Аудиторные уч. занятия			Сам. Работа
				Лек	Пр.	Лаб	
		Раздел 1. Уравнения и системы уравнений. Неравенства и системы неравенств.	92		12		80
1	2/4	Применение нестандартных методов решения уравнений и их систем. Алгебраические уравнения.	22		2		20
2	2/4	Уравнения с модулем. Иррациональные уравнения.	12		2		10
3	2/4	Методы решения систем двух уравнений с двумя переменными.	12		2		10
4	2/4	Системы алгебраических и иррациональных уравнений.	12		2		10
5	2/4	Рациональные неравенства. Неравенства с модулем. Иррациональные неравенства.	17		2		15
6	2/4	Системы неравенств. Применение нестандартных методов решения неравенств и систем.	17		2		15
		Раздел 2. Тригонометрические уравнения, тождества, неравенства и их системы. Логарифмические и показательные уравнения, неравенства, системы	88		12		76
1	2/4	Преобразования числовых тригонометрических выражений.	14		2		12
2	2/4	Тождественные преобразования выражений, содержащих обратные тригонометрические функции.	10		2		8
3	2/4	Решение уравнений различными методами: универсальная подстановка, с помощью вспомогательного аргумента, с применением формул тройного аргумента.	10		2		8
4	2/4	Решение тригонометрических неравенств. Доказательство тригонометрических неравенств.	10		2		8
5	2/4	Системы тригонометрических уравнений и неравенств.	10		2		8
6	2/4	Метод введения новых неизвестных. Метод возведения обеих уравнений системы в квадрат.	10		2		8
7	2/4	Тригонометрические системы с отбором корней.	8				8

8	2/4	Функциональные методы решения тригонометрических систем.	8				8
9	2/4	Логарифмические уравнения, неравенства и их системы. Показательные уравнения, неравенства, их системы.	8				8
		Раздел 3. Геометрические задачи	72		12		60
1	2/4	Планиметрия. Описанные и вписанные треугольники, четырехугольники.	24		4		20
2	2/4	Комбинации фигур.	24		4		20
3	2/4	Методы решения задач стереометрии. Метод вспомогательных элементов и фигур.	12		2		10
4	2/4	Применение тригонометрии. Векторный метод и метод координат.	12		2		10
		ИТОГО	252 (в т. ч. 4 ч кон-троль)		36		216

6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы

Лекционные занятия. Лекция является основной формой учебной работы в вузе, она является наиболее важным средством теоретической подготовки обучающихся. На лекциях рекомендуется деятельность обучающегося в форме активного слушания, т.е. предполагается возможность задавать вопросы на уточнение понимания темы и рекомендуется конспектирование основных положений лекции. Основная дидактическая цель лекции - обеспечение ориентировочной основы для дальнейшего усвоения учебного материала. Лекторами активно используются: лекция-диалог, лекция - визуализация, лекция - презентация. Лекция - беседа, или «диалог с аудиторией», представляет собой непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Ее преимущество состоит в том, что она позволяет привлекать внимание слушателей к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей аудитории. Участие обучающихся в лекции – беседе обеспечивается вопросами к аудитории, которые могут быть как элементарными, так и проблемными.

Главной задачей каждой лекции является раскрытие сущности темы и анализ ее основных положений. Рекомендуется на первой лекции довести до внимания студентов структуру дисциплины и его разделы, а в дальнейшем указывать начало каждого раздела (модуля), суть и его задачи, а, закончив изложение, подводить итог по этому разделу, чтобы связать его со следующим. Содержание лекций определяется настоящей рабочей программой дисциплины. Для эффективного проведения лекционного занятия рекомендуется соблюдать последовательность ее основных этапов:

1. формулировку темы лекции;
2. указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
3. изложение вводной части;
4. изложение основной части лекции;
5. краткие выводы по каждому из вопросов;

6. заключение;

7. рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Лабораторные работы и практические занятия. Дисциплины, по которым планируются лабораторные работы и практические занятия, определяются учебными планами. Лабораторные работы и практические занятия относятся к основным видам учебных занятий и составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки. Выполнение студентом лабораторных работ и практических занятий направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин математического и общего естественно-научного, общепрофессионального и профессионального циклов;

- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;

- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;

- выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива. Методические рекомендации разработаны с целью единого подхода к организации и проведению лабораторных и практических занятий.

Лабораторная работа — это форма организации учебного процесса, когда студенты по заданию и под руководством преподавателя самостоятельно проводят опыты, измерения, элементарные исследования на основе специально разработанных заданий. Лабораторная работа как вид учебного занятия должна проводиться в специально оборудованных учебных аудиториях. Необходимыми структурными элементами лабораторной работы, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также организация обсуждения итогов выполнения лабораторной работы. Дидактические цели лабораторных занятий:

- формирование умений решать практические задачи путем постановки опыта;

- экспериментальное подтверждение изученных теоретических положений, экспериментальная проверка формул, расчетов;

- наблюдение и изучение явлений и процессов, поиск закономерностей;

- изучение устройства и работы приборов, аппаратов, другого оборудования, их испытание;

- экспериментальная проверка расчетов, формул.

Практическое занятие — это форма организации учебного процесса, направленная на выработку у студентов практических умений для изучения последующих дисциплин (модулей) и для решения профессиональных задач. Практическое занятие должно проводиться в учебных кабинетах или специально оборудованных помещениях. Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются анализ и оценка выполненных работ и степени овладения студентами запланированными умениями. Дидактические цели практических занятий: формирование умений (аналитических, проектировочных, конструктивных), необходимых для изучения последующих дисциплин (модулей) и для будущей профессиональной деятельности.

Семинар - форма обучения, имеющая цель углубить и систематизировать изучение наиболее важных и типичных для будущей профессиональной деятельности обучаемых тем и разделов учебной дисциплины. Семинар - метод обучения анализу теоретических и практических проблем, это коллективный поиск путей решений специально созданных проблемных ситуаций. Для студентов главная задача состоит в том, чтобы усвоить содержание учебного материала темы, которая выносится на обсуждение, подготовиться к выступлению и дискуссии. Семинар - активный метод обучения, в применении которого должна преобладать продуктивная деятельность студентов. Он должен развивать и за-

креплять у студентов навыки самостоятельной работы, умения составлять планы теоретических докладов, их тезисы, готовить развернутые сообщения и выступать с ними перед аудиторией, участвовать в дискуссии и обсуждении.

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

Образовательные технологии. При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения. Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач, публичная презентация проекта и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций

Компетенции	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100% баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85% баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70% баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (до 55 % баллов)
Способен реализовывать программы обучения математике (базового и углубленного уровней) на ступени среднего общего образования и программ дополнительного математического	ПК-1.1. Знает основные модели построения процесса обучения математике для ступени среднего общего образования и дополнительного общего образования.	ПК-1.1. Знает в достаточном объеме основные модели построения процесса обучения математике для ступени среднего общего образования и дополнительного общего образования.	ПК-1.1. Знает фрагментарно основные модели построения процесса обучения математике для ступени среднего общего образования и дополнительного общего образования.	ПК-1.1. Не знает основные модели построения процесса обучения математике для ступени среднего общего образования и дополнительного общего образования.

образования				
	ПК-1.2. Умеет отбирать соответствующее содержание, методы и приемы для реализации программ обучения математике (базового и углубленного уровней) на ступени среднего общего образования и программ дополнительного математического образования, а также для диагностики и оценки результатов освоения обучающимися основных и дополнительных образовательных программ по математике.	ПК-1.2. Умеет в достаточном объеме отбирать соответствующее содержание, методы и приемы для реализации программ обучения математике (базового и углубленного уровней) на ступени среднего общего образования и программ дополнительного математического образования, а также для диагностики и оценки результатов освоения обучающимися основных и дополнительных образовательных программ по математике.	ПК-1.2. Умеет фрагментарно отбирать соответствующее содержание, методы и приемы для реализации программ обучения математике (базового и углубленного уровней) на ступени среднего общего образования и программ дополнительного математического образования, а также для диагностики и оценки результатов освоения обучающимися основных и дополнительных образовательных программ по математике.	ПК-1.2. Не умеет отбирать соответствующее содержание, методы и приемы для реализации программ обучения математике (базового и углубленного уровней) на ступени среднего общего образования и программ дополнительного математического образования, а также для диагностики и оценки результатов освоения обучающимися основных и дополнительных образовательных программ по математике.
	ПК-1.3. Владеет адекватными конкретными действиями по реализации программ обучения математике (базового и углубленного уровней) на ступени среднего общего образования и программ дополнительного математического образования, а также по диагностике и оценке результатов освоения обучающимися основных и дополнительных образовательных программ по математике.	ПК-1.3. Владеет в достаточном объеме адекватными конкретными действиями по реализации программ обучения математике (базового и углубленного уровней) на ступени среднего общего образования и программ дополнительного математического образования, а также по диагностике и оценке результатов освоения обучающимися основных и дополнительных образовательных программ по математике.	ПК-1.3. Владеет фрагментарно адекватными конкретными действиями по реализации программ обучения математике (базового и углубленного уровней) на ступени среднего общего образования и программ дополнительного математического образования, а также по диагностике и оценке результатов освоения обучающимися основных и дополнительных образовательных программ по математике.	ПК-1.3. Не владеет адекватными конкретными действиями по реализации программ обучения математике (базового и углубленного уровней) на ступени среднего общего образования и программ дополнительного математического образования, а также по диагностике и оценке результатов освоения обучающимися основных и дополнительных образовательных программ по математике.

7.2. Перевод бально-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания.

Порядок функционирования внутренней системы оценки качества подготовки обучающихся и перевод бально-рейтинговых показателей обучающихся в отметки традиционной системы оценивания проводится в соответствии с положением КЧГУ «Положение

о бально-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся», размещенным на сайте Университета по адресу: <https://kchgu.ru/inYE-lokalnye-akty/>

7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

7.3.1. Примерные вопросы к итоговой аттестации (зачет)

1. Алгебраические уравнения.
2. Уравнения с модулем.
3. Иррациональные уравнения.
4. Методы решения систем двух уравнений с двумя переменными.
5. Системы алгебраических и иррациональных уравнений.
6. Рациональные неравенства.
7. Неравенства с модулем.
8. Иррациональные неравенства.
9. Системы иррациональных неравенств.
10. Применение нестандартных методов решения неравенств и систем.
11. Преобразования числовых тригонометрических выражений.
12. Тождественные преобразования выражений, содержащих обратные тригонометрические функции.
13. Решение уравнений различными методами: универсальная подстановка, с помощью вспомогательного аргумента, с применением формул тройного аргумента.
14. Решение тригонометрических неравенств.
15. Доказательство тригонометрических неравенств.
16. Системы тригонометрических уравнений и неравенств.
17. Метод введения новых неизвестных. Метод возведения обоих уравнений системы в квадрат.
18. Тригонометрические системы с отбором корней.
19. Функциональные методы решения тригонометрических систем. Логарифмические уравнения, неравенства и их системы.
20. Показательные уравнения, неравенства, их системы.
21. Описанные и вписанные треугольники, четырехугольники. Комбинации фигур.
22. Методы решения задач стереометрии.
23. Метод вспомогательных элементов и фигур.
24. Векторный метод и метод координат.

7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций:

Контрольная работа проводится по завершению изучения студентами соответствующего раздела учебной дисциплины. Контрольная работа рассчитана на временной промежуток от 70 до 80 минут

Рациональные уравнения.

1. Решить уравнение $x(x+1)(x+2)(x+3)=0,5625$.
2. Решить уравнение $\frac{2x}{2x^2-5x+3} + \frac{13x}{2x^2+x+3} = 6$.
3. Решить уравнение $x^2 + \frac{25x^2}{(x+5)^2} = 11$.
4. Решить уравнение $(x^2-2x+3)(y^2+6y+12)=6$.
5. Решить уравнение $20\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2 - 5\left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2 + 48\frac{x^2-4}{x^2-1} = 0$.

Уравнения с модулем. Иррациональные уравнения.

1. Решить уравнение $|2-|1-|x||=1$.
2. Найти все корни уравнения $2|x^2+2x-5|=x-1$, удовлетворяющие неравенству $x < \sqrt{2}$.
3. Решить уравнение $|5x-x^2-6|=x^2-5x+6$.
4. Решить уравнение $|x^2+2x|-|2-x|=|x^2-x|$.
5. Решить уравнение $\sqrt{7x+1}-\sqrt{3x-18}=\sqrt{2x+7}$.
6. Решить уравнение $\sqrt{8x+1}+\sqrt{3x-5}=\sqrt{7x+4}+\sqrt{2x-2}$.
7. Решить уравнение $x=(\sqrt{1+x}+1)(\sqrt{10+x}-4)$.
8. Решить уравнение $\sqrt{x+3}-4\sqrt{x-1}+\sqrt{x+8}-6\sqrt{x-1}=1$.

Контрольная работа №2.

Системы рациональных и иррациональных уравнений.

1. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x\sqrt{x}-\sqrt{x}=y\sqrt{y}+8\sqrt{y}, \\ x=y+5. \end{cases}$$
2. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} y^3-6x^2+12x-8=0, \\ z^3-6y^2+12y-8=0, \\ x^3-6z^2+12z-8=0. \end{cases}$$
3. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x^2+y^2=1, \\ 4xy(2y^2-1)=1. \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} 1 + \sqrt{1 - (x - y)^2} = (y - x) \sqrt{\frac{1 - x - y}{1 + x + y}}, \\ z^2 - z + 1 = x^2 + y \end{cases}$$
5. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} 3x^2y^2 + x^2 - 3xy - 7 = 0, \\ 10x^2y^2 + 3x^2 - 20xy - 3 = 0. \end{cases}$$
- Решить систему уравнений
$$\begin{cases} xy + z^2 = 2, \\ yz + x^2 = 2, \\ xz + y^2 = 2. \end{cases}$$

Рациональные неравенства. Неравенства с модулем. Иррациональные неравенства.

1. Решить неравенство $\frac{2x+3}{x^2+x-12} \leq \frac{1}{2}$.
2. Решить неравенство $x^3 - \frac{1}{x^3} \geq 4\left(x - \frac{1}{x}\right)$.
3. Решить неравенство $2x^9 - x^5 + x > 2$.
4. Решить неравенство $\frac{(x+1)^4}{x(x^2+1)} > \frac{128}{15}$.
5. Решить неравенство $|x| < -x^2 + x + 6$.
6. Решить неравенство $|3-x| + |2x-4| - |x+1| > 2x+4$.
7. Решить неравенство $\sqrt[3]{\frac{3}{x+1} + \frac{7}{x+2}} < \sqrt[3]{\frac{6}{x-1}}$.
8. Решить неравенство $2\left(x + \sqrt{x^2 + 4x + 3}\right) < 3\left(\sqrt{x+1} + \sqrt{x+3} - 2\right)$

Контрольная работа №3.

Преобразования числовых тригонометрических выражений.

1. Вычислить $\operatorname{ctg}\left(\arccos\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$.
2. Доказать, что $\frac{1}{2}\arccos\frac{3}{5} = \operatorname{arctg}\frac{1}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\arccos\frac{4}{5}$.
3. Чему равен угол $\arcsin(\sin 10)$?
4. Вычислить $\sin 18^\circ$.
5. Доказать тождество $\operatorname{tg}\frac{3\pi}{7}\operatorname{tg}\frac{2\pi}{7}\operatorname{tg}\frac{\pi}{7} = \sqrt{7}$.
6. Доказать тождество
$$\frac{\left(\cos \alpha + \cos \frac{\alpha}{2}\right)^2 - \left(\sin \alpha + \sin \frac{\alpha}{2}\right)^2}{\sin 2\alpha - \sin \alpha} = \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4}.$$

7. Найти $\operatorname{ctg} 2x$, если $\frac{4\sin x - 3\cos x}{3\sin x + 2\cos x} = 3$.
8. Найти значение выражение: $\sin^4 \frac{\pi}{12} + \sin^4 \frac{7\pi}{12} + \sin^4 \frac{5\pi}{12} + \sin^4 \frac{11\pi}{12}$.
9. Найти $\cos 4(x+y)$, если $\cos(x+3y) + \cos(3x+y) = 1$, $\sin(x+3y) - \sin(3x+y) = \frac{1}{3}$.

Критерий оценивания:

Оценка «отлично», если правильные ответы составляют 100 - 90%.

Оценка «хорошо», если правильные ответы составляют 89 – 80 %.

Оценка «удовлетворительно», если правильные ответы составляют 79 – 70 %

Оценка «неудовлетворительно», если правильные ответы составляют 69 % и менее.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины. Информационное обеспечение образовательного процесса

8.1. Основная литература:

1. Прокофьев, А. А. Стереометрия. Решение задач повышенного уровня в вариантах ЕГЭ и не только : учебно-практическое пособие / А. А. Прокофьев. - Москва : Интеллект-Центр, 2023. - 227 с. - ISBN 978-5-907651-40-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2096869> (дата обращения: 15.07.2024). – Режим доступа: по подписке.
2. Шклярский, Д. О. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (стереометрия): Учебное пособие / Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М., - 3-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2015. - 256 с.: ISBN 978-5-9221-1623-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/854396> (дата обращения: 15.07.2024). – Режим доступа: по подписке.

8.2. Дополнительная литература

1. Шабашова, О. В. Элементарная математика: стереометрия : учебно-методическое пособие / О. В. Шабашова ; науч. ред. Т.И. Уткина. - 2-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2020. - 118 с. - ISBN 978-5-9765-4426-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1859888> (дата обращения: 15.07.2024). – Режим доступа: по подписке.

9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

9.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 249 эбс от 14.05.2025 г. Электронный адрес: https://znanium.com	от 14.05.2025г. до 14.05.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 10 от 11.02.2025 г. Электронный адрес: https://e.lanbook.com	от 11.02.2025г. до 11.02.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: http://lib.kchgu.ru	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22.02.2023 г. Электронный адрес: http://rusneb.ru	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: http://elibrary.ru	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: http://polpred.com	Бессрочный

9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащённости аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащённости образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>

9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY FineReader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- CalculateLinux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная

- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная
- Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025г. Срок действия лицензии с 27.02.2025г. по 07.03.2027г.

9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование»- <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevir<http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window/edu.ru>.

10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОП ВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «Положением об обучении лиц с ОВЗ в КЧГУ», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

11. Лист регистрации изменений

В рабочей программе внесены следующие изменения:

Изменение	Дата и номер ученого совета факультета/института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения	Дата введения изменений